Разработка занятия на тему:
«Действия над матрицами. Решение систем линейных алгебраических
уравнений методом обратной матрицы»

Элементы высшей математики
Специальность **09.02.07 Информационные системы и программирование**

Выполнил
преподаватель
высшей категории
Писарева Г.В.

Арсеньев
2024

Оглавление

1. План открытого занятия

Предмет:	**Элементы высшей математики**
Тема занятия-конкурса:	**Действия над матрицами. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы.**
Преподаватель:	**Писарева Г.В.**
Дата:	**27.09.24**
Группа:	**09.02.21, 2 курс** **Специальность Информационные системы и программирование**
Цели занятия:	**<u>Образовательная:</u>** **систематизировать знания по теме: «Действия над матрицами, решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы».** **<u>Развивающая:</u>** **1) развивать умение применять имеющиеся у студентов знания в измененной ситуации;** **2) развивать логическое мышление, уметь делать выводы и обобщения.** **<u>Воспитательная:</u>** **воспитывать ответственность за успехи в обучении всей группы и свои лично.**
Тип занятия:	**обобщение и систематизация знаний.**
Вид занятия:	**практическое занятие**

Формы учебной деятельности: смешанная -	Сочетание фронтальной, индивидуальной и групповой работы.
Межпредметные связи:	Естественнонаучные дисциплины, экономика, статистика
Методы:	Методы организации и осуществления учебно-познавательной активности • словесные (беседа, рассказ, диалог) • наглядные (демонстрация мультимедийной презентации, наглядные материалы) Методы контроля • устный и письменный опрос
Оборудование занятия:	Компьютер , презентация, подготовленная в MS PowerPoint, опорные плакаты, раздаточный материал.
Ключевые компетенции:	• учебно-познавательная (готовность к планированию самостоятельной познавательной деятельности, анализ, рефлексия, самооценка); • ценностно-смысловая (способность понимать окружающий мир и ориентироваться в нем); коммуникативная (готовность вести диалог, уметь слушать, отстаивать свою точку зрения).
Литература:	Бардушкин, В.В. Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 т. Т. 1 / В.В. Бардушкин, А.А. Прокофьев. - М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 304 с. Бардушкин, В.В. Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 т. Т. 2 / В.В. Бардушкин, А.А. Прокофьев. - М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2018. - 368 с.
Ресурсы Глобальной сети Интернет	Дадаян, А.А. Математика: Учебник / А.А. Дадаян. – 3-е изд., испр. и доп. – М.:Инфра-М, 2019. – 544 с. – Режим доступа: http://znanium.com/bookread2.php?book=1006658

2. Технологическая карта занятия.

Этап	Продолжи-тельность	Деятельность преподавателя	Деятельность обучаемых	Деятельность счетной комиссии	Методы обучения	Формируе-мые компе-тенции
1. Организа-ционный момент. Вступительное слово преподавателя.	3 мин	Приветствие, сообщает тему и цели занятия. Всех учащихся разбивает на две команды (по 6 человек, названия команд «Матрица» и «Определитель»), выбирает капитанов команд, проводит жеребьевку, назначает счетную комиссию из 2 человек и помощника преподавателя.	Приветствие, воспринимают и осознают цели и задачи занятия.	Занимают места	-	-
2.Информацион-ная справка.	10 мин	Смотрит презентацию: « Системы линейных алгебраических уравнений »	Смотрят презентацию: « Системы линейных алгебраических уравнений »	Смотрят презентацию: « Системы линейных алгебраических уравнений »	-	-

3. Проверка домашнего задания. ➢ **Первый конкурс - интервью.**	**10 минут**	**Объясняет смысл конкурса**	**Внимательно слушают объяснение преподавателя, задают и отвечают на вопросы.**	**Фиксируют правильные ответы**	**Репродуктивный**	ОК 01 ОК 05
➢ **Второй конкурс - угадай-ка.**	**5 минут**	**Описывает операции умножения матриц и получения определителя системы**	**Внимательно слушают, угадывают данные математические операции.**	**Фиксируют правильные ответы**	**Частично-поисковый**	
➢ **Третий конкурс - кот в мешке.**	**7 мин**	**Объясняет смысл конкурса**	**Выходят у доске, решают.** **Оказывают поддержку.**	**Объявляют предваритель-ные итоги конкурса**	**Репродуктивный**	

4. Повторение опорных знаний учащихся. ➢ **Четвертый конкурс - провокация.** ➢ **Пятый конкурс –найди свое место.** ➢ **Шестой конкурс- капитанов.**	 **5 минут** **10 минут** **5 минут**	**Напоминает алгоритм решения СЛАУ с помощью обратной матрицы.** **Объясняет смысл конкурса** **Объясняет смысл конкурса** **Объясняет смысл конкурса**	**Внимательно слушают.** **Включаются в работу: ищут ошибку, анализируют; поднимают руки.** **Выходят к доске, решают.** **Оказывают поддержку**	**Фиксируют правильные ответы**	**Частично – поисковый** **Репродуктивный** **Частично – поисковый**	**ОК 01** **ОК 05**

5. Обобщение и систематизация знаний.	5 мин	С помощью слайдов комментирует основные определения и понятия темы	Внимательно смотрят слайды и слушают комментарии	Подсчитывают баллы	Репродуктив-ный	
6. Рефлексия	5 мин	Студентам предлагает выбрать смайлик в соответствии со своим психологическим состоянием после данного конкурса.	Выполняют просьбу преподавателя	Объявляют команду-победителя	-	
7.Самостоятельное применение, знаний, умений, навыков	20 мин	Выдает раздаточный материал для выполнения практической работы	Выполняют практическую работу в тетрадях	-	Частично-поисковый	ОК 01 ОК 05

8. Подведение итогов занятия	3 мин	Отмечает хорошую работу одних, недостаточную работу других; выставляет оценки за работу на занятии.	Слушают преподавателя	Слушают преподавателя		
9. Информация учащихся о домашнем задании.	2 мин	Предлагает учащимся записать домашнее задание: Выполнить тест на пройденный материал.	Записывают задания.	-		

ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.
ОК 5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

3. Этапы занятия:

1. **Организационный момент.**

Объяснение и ход занятия.

Не секрет, что высшая математика – наука не из легких, умственные нагрузки на уроках достаточно велики, но упростить ситуацию можно, привлекая игровые формы работы на занятии. И тогда даже высшая математика превратится в увлекательный процесс.

Данное занятие проводится в форме соревнования.

Все учащиеся разбиваются на две команды

(по 6 человек, названия команд «Матрица» и «Определитель»),

выбираются капитаны команд,

проводится жеребьевка,

назначаются эксперты из 2 человек и помощник преподавателя.

2. ИНФОРМАЦИОННАЯ СПРАВКА

<u>Преподаватель.</u>

Предлагаю вашему вниманию информационную справку об истории возникновения уравнений, систем уравнений, матриц и их значимости в повседневной жизни.

Все науки возникли из практики. Знания, которые лежат в основе разных наук, человек приобрел в борьбе с опасными для него явлениями природы, и конечная цель наук - создание условий, наиболее благоприятных для жизни человека.

Развивалось общество, и вместе с ним совершенствовались и научные представления, постепенно складываясь в стройную систему математических знаний. Основой этих знаний стало решение уравнений.

Самые ранние сведения о возникновении алгебры в виде правил решения уравнений мы встречаем у вавилонян в III–II вв. до н. э. В вавилонской математике появляется числовая алгебра в виде решения уравнений и систем уравнений первой и второй степени.

Египтяне не решали уравнения, но решали задачи, которые требовали применения уравнений первой степени. Они решались приемом, который позднее через арабов перешел к европейским народам. Это - способ решения задач методом предположений, или “фальшивое правило”, как его назвал Леонтий Филиппович Магницкий в “Арифметике”.

Диофант Александрийский	
Διόφαντος ὁ Ἀλεξανδρεύς	
Дата рождения:	III век
Место рождения:	Александрия, Египет
Дата смерти:	III век
Страна:	Римская империя
Научная сфера:	теория чисел
Известен как:	«отец алгебры»

Решение уравнений первой степени требует знаний о числах: натуральных, дробных, отрицательных. Для решения уравнений степени выше первой знаний должно быть больше. Решением уравнений, содержащих более одного неизвестного, занимался Диофант.

В III–IV вв. нашего летоисчисления появился “числовой дух” – александрийский математик Диофант.

Из творений Диофанта до нас дошло шесть книг из тридцати, которые он называл “Арифметикой”.

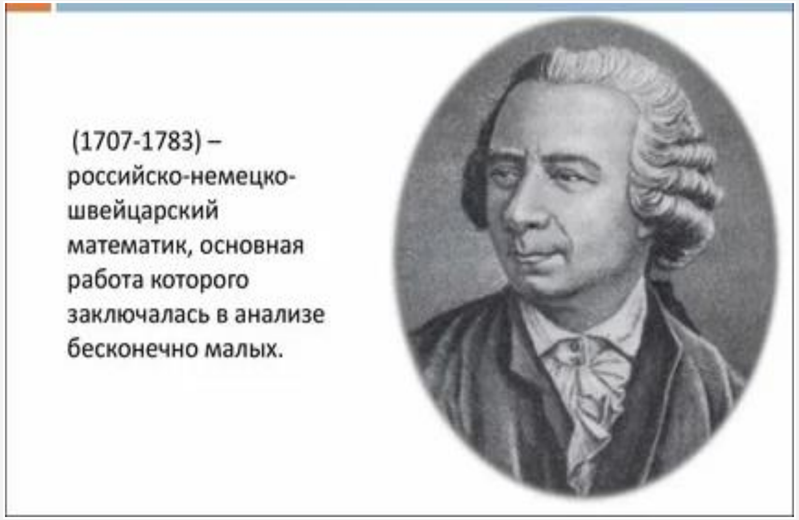
Нам известен его метод решения неопределенных уравнений, называемых “диофантовыми”. Это уравнения или системы уравнений, в которых число неизвестных больше числа уравнений. Труды его представляют большой интерес для математики.

Термин “алгебра” пришел к нам из Средней Азии, города Хорезма.

Мухаммед Бен Мусса аль-Хорезми, состоящий членом “дома мудрости” в Иране, около 820 года нашего летоисчисления написал книгу, в названии которой содержатся слова “алджебр альмукабала”. Мухаммед пишет, что в своей книге он учит решать простые и сложные вопросы арифметики, которые необходимы людям при дележе наследства, составлении завещаний, разделе имущества и судебных делах, в торговле и всевозможных сделках, а также при измерении земель, проведении каналов и т.п.

Последовательность действий для решения какой-нибудь задачи называется алгоритмом. Слово “алгоритм” произошло от имени аль-Хорезми. Для того чтобы разъяснить темные места в науке и сделать понятными трудные вопросы, математик написал сочинение о своем методе. Метод этот сводился к двум операциям: перенос членов уравнения из одной части в другую и приведение подобных членов.

«Суть математики состоит в том, чтобы подробно изучать о числах и все действия, которые над числами производятся», - это слова Леонардо Эйлера, одного из крупнейших математиков всех времен. Основным вопросом в учебнике Эйлера является решение уравнений. Алгебра- искусство нахождения числовых значений для содержащихся в уравнении неизвестных по коэффициентам уравнения.



В XVIII веке, в связи с бурным развитием промышленности, возникновением новых видов техники, развитием естественных наук, произошел новый виток в развитии теории решения систем линейных уравнений.
Решение уравнений и систем уравнений и поныне составляет содержание курса алгебры, которая имеет тесные связи с геометрией, физикой, логикой, экономикой.
К ним часто приходят при исследовании самых различных проблем науки и техники.

К решению систем линейных уравнений сводятся такие группы задач :

- задачи механики (статические, теплотехнические);
- задачи из геодезии, связанные с построением карт на основании данных геодезической съемки; .
- системы линейных уравнений – основной аппарат при нахождении значений коэффициентов в эмпирических формулах;
- задачи приближенного решения уравнений, имеющих большое распространение в высшей математике;
- системы линейных уравнений широко используются в области физики и смежных с ней наук: теории относительности, атомной физике, при составлении прогнозов погоды и т. д.
- в экономических исследованиях важное место заняла проблема описания структуры связей между системой переменных.

Перечисленные задачи не исчерпывают всех случаев использования систем линейных уравнений , но обнаруживают, насколько часто приходится сталкиваться при решении задач математики и естествознания с необходимостью исследовать и точно или приближенно решить систему линейных уравнений.

Фундаментальные результаты в теории матриц принадлежат Вейерштрассу, Жордану, Фробениусу.

Термин «матрица» ввел Джеймс Сильвестр в 1850 году.

Из русских ученых значительный вклад в матричные операции внесли А.Н. Крылов и И. А. Лаппо-Данилевский.

Джеймс Сильвестр

Карл Вейерштрасс

А. Н. Крылов

И. А. Лаппо-Данилевский

Матрица

- **Матрицей** размера $m \times n$ называется таблица чисел, содержащая m строк и n столбцов.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Матрица называется квадратной, если число ее строк равно числу столбцов. Элементы квадратной матрицы $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ образуют ее главную диагональ. Если все элементы матрицы, расположенные вне главной диагонали равны нулю, то такая матрица называется **диагональной**. Если все элементы диагональной матрицы, расположенные на главной диагонали, равны единице, то такая матрица называется **единичной**.

Умножение матриц.

Умножение матрицы А на матрицу В возможно лишь в том случае, когда число столбцов матрицы А равно числу строк В матрицы . В результате умножения матрицы А на матрицу В получится матрица С, элементы c_{ij} которой вычисляются по формуле: $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}$.

Определитель

Для каждой квадратной матрицы n - го порядка существует определитель n - го порядка, элементы которого равны соответствующим элементам матрицы.

Определителем матрицы первого порядка, или определителем первого порядка, называется один элемент $\Delta_1 = |A| = a_{11}$

Определителем матрицы второго порядка, или определителем второго порядка, называется число, которое вычисляется по формуле:

$$\Delta_2 = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

Определителем матрицы третьего порядка, или определителем третьего порядка, называется число, которое вычисляется по формуле:

$$\Delta_3 = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} - a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32}$$

Алгебраические дополнения

Минором элемента M_{ij} определителя n-го порядка называется определитель (n-1) порядка, получаемый в результате вычеркивания в определителе n-го порядка строки и столбца, содержащих элемент a_{ij} .

Алгебраическим дополнением элемента A_{ij} называется его минор, взятый со знаком «+» или «–» в зависимости от того, является ли сумма номеров строки и столбца на пересечении которых стоит данный элемент, четным или нечетным числом.

Каждый определитель равен сумме произведений элементов любой его строки (столбца) на их алгебраические дополнения.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \dots + a_{in}A_{in}, \qquad i = 1,2,\dots,n;$$

$$j = 1,2,\dots,n. \qquad \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \dots + a_{nj}A_{nj},$$

Обратная матрица

В этом методе особую роль играет обратная матрица. Матрица A^{-1} называется обратной для квадратной матрицы *А,* если $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E,$ где Е- единичная матрица.

Если в квадратной матрице заменить каждый элемент его алгебраическим дополнением, а затем транспонировать (заменить все строки соответствующими по номеру столбцами), то получится матрица:

$$A^{*} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}.$$

Матрица называется присоединенной матрицей для матрицы .

Обратной для матрицы служит матрица, получающаяся из присоединенной матрицы делением всех ее элементов на определитель матрицы . Определитель должен быть отличен от нуля.

$$A^{-1} = \begin{Vmatrix} \frac{A_{11}}{\Delta} & \frac{A_{21}}{\Delta} & \frac{A_{31}}{\Delta} \\ \frac{A_{12}}{\Delta} & \frac{A_{22}}{\Delta} & \frac{A_{32}}{\Delta} \\ \frac{A_{13}}{\Delta} & \frac{A_{23}}{\Delta} & \frac{A_{33}}{\Delta} \end{Vmatrix},$$

Матричный метод решения системы

Рассмотрим систему трёх линейных уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3. \end{cases}$$

В матричной форме записи эта система уравнений имеет вид $A \cdot X = C$ *, где*

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}.$$

Пусть $|A| \neq 0$. *Тогда существует обратная матрица* A^{-1}. *Если умножить обе части равенства* $A \cdot X = C$ *на* A^{-1} *слева, то получим формулу* $A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot C$ *для нахождения матрицы-столбца неизвестных переменных, т.е.* $X = A^{-1} \cdot C$

или

мы получили решение системы трёх линейных уравнений с тремя неизвестными матричным методом.

МАТРИЦЫ В ЭКОНОМИКЕ

Матрицы позволяют в достаточно простой и понятной форме записывать различные экономические процессы и закономерности, дают возможность решать сложные задачи. С помощью матриц можно с минимальным количеством затрат труда и времени обработать большой статистический материал, который характеризует структуру и особенности социально-экономического явлений и процессов.

Матрицы позволяют в достаточно простой и понятной форме записывать различные экономические процессы и закономерности, дают возможность решать сложные задачи. С помощью матриц можно обработать большой статистический материал, который характеризует структуру и особенности социально-экономического явлений и процессов.

Матричным методом можно определить производительность предприятия по видам изделий, материальные затраты, сумму кредитования предприятий для закупки сырья, которое необходимо для выпуска продукции указанных видов и количеств и так далее.

ЗАДАЧА. Рассмотреть несколько вариантов использования материалов на предприятии, определить сумму материальных затрат при различных вариантах использования взаимозаменяемых материалов. Все расчёты производить с помощью матриц.

Марка материала	Варианты производства, в кг			Цена за килограмм, в р.	
	1	2	3	1 марка материала	2 марка материала
35ХГСЛ /30ХГСА	670	1000	420	28,0	42,0
АЛ9 / АК6	1300	690	680	95,0	99,8
ВНС- 3 / 20Х13	840	520	450	95,0	20,0
25Л / Сталь 20	520	340	420	92,0	38,0
Итого	3330	2550	1970	-	-

Таблица – Потребление материалов при различных вариантах производства

Имеются пары взаимозаменяемых материалов и 3 варианта производства продукции.

Необходимо составить матрицу, характеризующую потребление материалов по всем вариантам производства

$$A = \begin{pmatrix} 670 & 1300 & 840 & 520 \\ 1000 & 690 & 520 & 340 \\ 420 & 680 & 450 & 420 \end{pmatrix}$$

Стоимость каждого типа сырья, которое обрабатывается литьём, задана матрицей: $B = \begin{pmatrix} 28{,}0 \\ 95{,}0 \\ 95{,}0 \\ 92{,}0 \end{pmatrix}$

Общая стоимость сырья по отдельным вариантам можно вычислить с помощью матрицы P:

$$P = A \times B = \begin{pmatrix} 670 & 1300 & 840 & 520 \\ 1000 & 690 & 520 & 340 \\ 420 & 680 & 450 & 420 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 28{,}0 \\ 95{,}0 \\ 95{,}0 \\ 92{,}0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 269900 \\ 174230 \\ 157750 \end{pmatrix}$$

Стоимость каждого типа сырья, которое обрабатывается под давлением, задана матрицей: $B_1 = \begin{pmatrix} 42{,}0 \\ 99{,}8 \\ 20{,}0 \\ 38{,}0 \end{pmatrix}$

Общая стоимость сырья по отдельным вариантам можно вычислить с помощью матрицы F:

$$F = A \times B_1 = \begin{pmatrix} 670 & 1300 & 840 & 520 \\ 1000 & 690 & 520 & 340 \\ 420 & 680 & 450 & 420 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 42{,}0 \\ 99{,}8 \\ 20{,}0 \\ 38{,}0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 194440 \\ 134182 \\ 110464 \end{pmatrix}$$

Таким образом, при сравнении трёх вариантов производства с использованием двух различных технологий обработки материалов определили, что наиболее выгодный третий вариант с использованием обработки металлов под давлением. Расчёты громоздкие и требуют больших затрат времени. А учитывая возможности предприятия, наличие запасов различных материалов или требования к технологии изготовления отдельных деталей, можно рассмотреть ещё множество различных вариантов производства. Конечно, это реально с использованием компьютерных технологий.

3. Проверка домашнего задания.

- Первый конкурс – интервью.

Групповое интервью – это диалог по обмену информацией с целью проверить уровень подготовки студентов к занятию.

Сначала роль журналиста играет капитан одной команды, затем другой. Команда « Матрица» отвечает на вопросы, связанные с этим понятием, участники команды «Определитель» должны показать знания по своей теме. Если участник команды не может ответить, то право голоса переходит к другому участнику команды.

Примерные вопросы участникам команды «Матрица»:

1) Дайте определение матрицы и какая матрица называется квадратной?
2) Дайте определение единичной матрицы.
3) Что вы знаете про присоединенные матрицы?
4) Вспомните условие, при котором можно утверждать, что две матрицы являются перестановочными.
5) Как бы вы умножили матрицу на число?
6) Дайте определение обратной матрицы.

Примерные вопросы участникам команды «Определитель»:

1) Что называется определителем второго порядка?
2) Если две строки (столбца) определителя совпадают, то чему он равен?
3) Как бы вы нашли минор любого элемента определителя 3-го порядка?
4) Как можно найти алгебраическое дополнение любого элемента определителя?
5) Что такое детерминант?
6) Если переставить две строки (столбца) определителя, то что с ним произойдет?

- Второй конкурс- угадай-ка.

Команды должны расшифровать описанные понятия.

🕧 на обдумывание не более 2 минут

- Задание команде « Матрица ».

Преподаватель описывает операцию умножения матриц.

Чтобы получить элемент c_{kl} матрицы С , надо элементы к -ой строки матрицы А умножить на соответствующие элементы l-го столбца матрицы В и результаты сложить.

О какой матрице С идет речь?

Участники команды должны догадаться, что речь идет о матрице С = АВ

- Задание команде « Определитель ».

Если элементы какой- нибудь строки или столбца данной матрицы умножить на их соответствующие алгебраические дополнения и результаты сложить, то получим число, характеризующее эту матрицу.

О каком числе идет речь?

Участники команды должны догадаться, что речь идет об определителе матрицы.

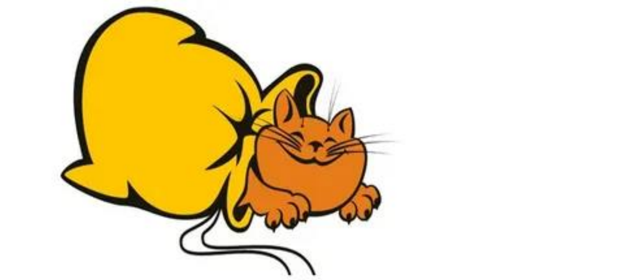
- Третий конкурс – «Кот в мешке» (1 минута на объяснение конкурса).

Каждый капитан вызывает по 1 игроку от команды. Студенты получают задания методом случайного выбора. 🕐 на обдумывание не более 7 минут.

Команда, которая не уложилась в отведенное время, лишается права на ответ, право ответа переходит к команде- сопернице, которая в случае правильного ответа получает дополнительный балл.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ответы:}1.\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ 2.\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\ 3.\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$



Правильный ответ 2.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}\ B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ответы:}1.\ \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ -6 & 1 \end{pmatrix},\ 2.\ \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ -6 & 2 \end{pmatrix},\ 3.\ \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ -8 & 10 \end{pmatrix}$$

Правильный ответ 3.

4. Повторение опорных знаний учащихся.

Преподаватель.

Сегодня вам предстоит решить систему СЛАУ третьего порядка с помощью обратной матрицы. Давайте вспомним алгоритм решения:

1) вычисляется определитель матрицы А, который обязательно должен быть отличен от нуля;
2) через алгебраические дополнения находится обратная матрица A^{-1};
3) умножается обратная матрица справа на вектор-столбец свободных коэффициентов.

Пусть требуется решить систему СЛАУ:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 9 \\ x - 2y + z = 3 \\ x + 2z = 2 \end{cases}$$

- Четвертый конкурс - провокация

<u>Помощница преподавателя</u> находит определитель, соответствующий матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

и при этом сознательно допускает ошибку.

Той команде, которая первой ее называет, присуждается один балл.

верно: Δ= -8+0+3-2-0-6= -13

с ошибкой: Δ= -8+0+3+2-0-6= -9

Эксперты объявляют предварительный счет.

- Пятый конкурс - найди свое место.

Помощник напоминает правило нахождения алгебраического дополнения.

Находит A_{11} и ставит «+» в соответствующей клетке, то есть необходимо указать пары “алгебраическое дополнение – число”. Участники команд по очереди выходят и заполняют таблицу, предварительно решив пример на доске. Чья команда правильнее и быстрее заполнит таблицу (поставит плюсик) , тот и победил в этом конкурсе.

Задание команде « Матрица» красным цветом, команде «Определитель» синим.

	A_{11}	A_{12}	A_{13}	A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{31}	A_{32}	A_{33}
5									
2									
-1									
1									
-3									
-4									
-7									
-6									
3									

Должно получиться так

$$A_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}-2 & 1\\ 0 & 2\end{vmatrix}=-4,$$

$$A_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=-1,$$

$$A_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}1 & -2\\ 1 & 0\end{vmatrix}=2,$$

$$A_{21}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}3 & -1\\ 0 & 2\end{vmatrix}=-6,\quad A_{22}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=5,\quad A_{32}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}2 & -1\\ 1 & 1\end{vmatrix}=-3,$$

$$A_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}2 & 3\\ 1 & 0\end{vmatrix}=3,$$

$$A_{31}=(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}3 & -1\\ -2 & 1\end{vmatrix}=1,$$

$$A_{33}=(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}2 & 3\\ 1 & -2\end{vmatrix}=-7.$$

Ответ:

	A_{11}	A_{12}	A_{13}	A_{21}	A_{22}	A_{23}	A_{31}	A_{32}	A_{33}
5					+				
2			+						
-1		+							
1							+		
-3								+	
-4	+								
-7									+
-6				+					
3						+			

- Шестой конкурс - капитанов.

Помощник пишет на доске обратную матрицу этой системы.

Капитанам необходимо умножить обратную матрицу справа на вектор-столбец свободных коэффициентов. Кто сделает это правильно и быстрее, тот и победит. ВОТ ЧТО ПОЛУЧИЛОСЬ!

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 9, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

Решение:

1. Перепишем систему уравнений в матричной форме: $A \cdot X = C$

Так как $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2\cdot(-2)\cdot 2 + 3\cdot 1\cdot 1 + (-1)\cdot 1\cdot 0 - (-1)\cdot(-2)\cdot 1 - 3\cdot 1\cdot 2 - 2\cdot 1\cdot 0 = -13$,

$$X = A^{-1}\cdot C = \begin{pmatrix} \frac{4}{13} & \frac{6}{13} & -\frac{1}{13} \\ \frac{1}{13} & -\frac{5}{13} & \frac{3}{13} \\ -\frac{2}{13} & -\frac{3}{13} & \frac{7}{13} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{13}\cdot 9 + \frac{6}{13}\cdot 3 + \left(-\frac{1}{13}\right)\cdot 2 \\ \frac{1}{13}\cdot 9 + \left(-\frac{5}{13}\right)\cdot 3 + \frac{3}{13}\cdot 2 \\ -\frac{2}{13}\cdot 9 + \left(-\frac{3}{13}\right)\cdot 3 + \frac{7}{13}\cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix},$$

Ответ: $x_1 = 4,\ x_2 = 0,\ x_3 = -1$

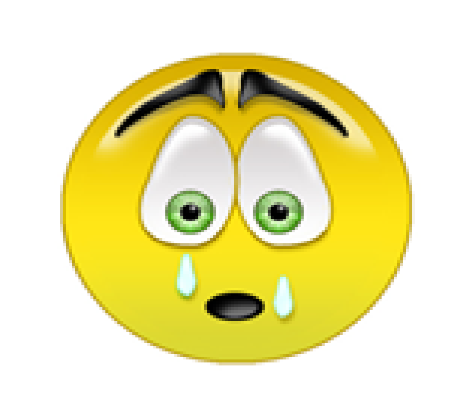
5. Обобщение и систематизация знаний.

Вспомнить все этапы решения СЛАУ с помощью обратной матрицы.

6. Рефлексия.

Счетная комиссия объявляет результаты.

Студентам предлагается выбрать смайлик в соответствии со своим психологическим состоянием после данного конкурса.



7. Самостоятельное применение знаний, умений, навыков при выполнении упражнений.

Необходимо выполнить практическую работу в парах (4 варианта).

Вариант 1.

1. Найти сумму матриц 3A+2B:

$$A=\begin{pmatrix}3 & 5 & 7\\ 2 & -1 & 0\\ 4 & 3 & 2\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 4\\ 2 & 3 & -2\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

2. *Найти произведение матриц: AB*

$$A=\begin{pmatrix}3 & 2 & 7\\ 2 & -1 & 0\\ 4 & 3 & 5\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 4\\ 2 & 5 & -2\\ -2 & 0 & 4\end{pmatrix}$$

3. Решить систему уравнений, представив ее в виде матричного уравнения:

$$\begin{cases}2x+3y+2z=9\\ x+2y-3z=14\\ 3x+4y+z=16\end{cases}$$

Вариант 2.

1. Найти сумму матриц 2A+4B:

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 5 & 3\\ 1 & -2 & 1\\ 4 & 2 & 0\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\\ -1 & 1 & -2\\ 5 & 0 & 4\end{pmatrix}$$

2. *Найти произведение матриц: AB*

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 5\\ 2 & -1 & 1\\ 3 & 4 & 2\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 4\\ 2 & 4 & -2\\ -2 & 1 & 5\end{pmatrix}$$

3. Решить систему уравнений, представив ее в виде матричного уравнения:

$$\begin{cases}2x+y-z=5\\ x-2y+3z=-3\\ 7x+y-z=10\end{cases}$$

Вариант 3.

1. Найти сумму матриц -4A+B:

A=$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \\ 1 & -1 & -3 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

2. *Найти произведение матриц: AB*

A=$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 7 \\ 2 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & -2 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

3. Решить систему уравнений, представив ее в виде матричного уравнения:

$$\begin{cases} 2x + 4y + z = 4 \\ 3x + 6y + 2z = 4 \\ 4x - y - 3z = 1 \end{cases}$$

Вариант 4.

1. Найти сумму матриц -3A+B:

A=$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \\ -1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

2. *Найти произведение матриц: AB*

A=$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

3. Решить систему уравнений, представив ее в виде матричного уравнения:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - y - 3z = 13 \\ 3x - 2y + 4z = -15 \end{cases}$$

8. Подведение итогов занятия.

9. Домашнее задание. Подготовиться к контрольной работе : « Определители. Матрицы. СЛАУ ».